9 INTEGRAL UND RAUMINHALT

HA: S.116 ① zu Übezwecken von Hand berechnet, auch alles direkt m.H. GTR möglich

a.) $f(x) = \sqrt{x+1}$; $I = [-1; 2]$ $\quad V_f = \pi \int_{-1}^{2} \sqrt{x+1}^2 \, dx = \pi \int_{-1}^{2} (x+1) \, dx$

$= \pi \cdot \left[\frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-1}^{2} = \pi \cdot \left(\frac{4}{2} + 2 - \frac{1}{2} + 1 \right) = \underline{4{,}5\pi} \approx \underline{14{,}14}$

b.) $f(x) = \frac{1}{x}$; $I = [1; 3]$ $\quad V_f = \pi \cdot \int_{1}^{3} \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_{1}^{3} x^{-2} \, dx$

$= \pi \left[-\frac{1}{x} \right]_{1}^{3} = \pi \left(-\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{1} \right) \right) = \pi \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \underline{\underline{\frac{2}{3}\pi}} \approx \underline{2{,}09}$

c.) $f(x) = x^2 - 6x + 8$;

Integrationsgrenzen : Nullstellen, $\underbrace{x^2 \underbrace{-6}_{-2-4} x + \underbrace{8}_{2\cdot 4} = (x-4)(x-2)}$

geschickte Umformung, um leicht Nullstellen zu ermitteln.

$\Rightarrow x_1 = 4$; $x_2 = 2$

$\pi \int_{2}^{4} (x^2 - 6x + 8)^2 \, dx \overset{GTR}{\approx} \underline{\underline{3{,}35}}$

② a.) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad I = [0; 4]$ gesuchtes Volumen: $\pi \int_0^4 2^2 dx - \pi \int_0^2 \sqrt{x}^2 dx$

$= \pi \left([4x]_0^4 - \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_0^4 \right) = \pi (16 - 8) = 8\pi \approx \underline{25{,}13}$