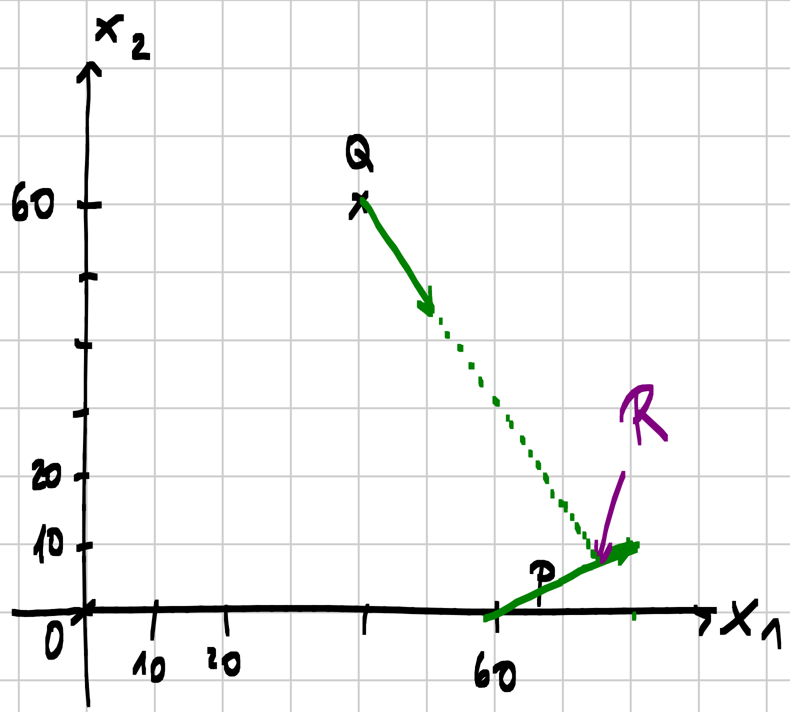
S. 277 4.

a.)



b.) gesucht: Abstand der Schiffe voneinander ≙ Abstand P von Q

$d(P,Q) = |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(60-40)^2 + (0-60)^2} = \sqrt{400 + 3600} = \sqrt{4000} = 20\sqrt{10}$

Die Schiffe sind ca. 63,25 Km voneinander entfernt.

c.) gesucht: ~~ex.~~ Kreuzung der Schiffsrouten? ≙ gegenseitige Lage der Geraden, die die Schiffsrouten beschreiben.

$$g_M : \vec{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad g_J : \vec{x} = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -15 \end{pmatrix}$$

gleichsetzen $\Rightarrow$ LGS

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 60 + 20t &=& 40 + 10s \\ 10t &=& 60 - 15s \end{array} \right\} \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cc|c} 20 & -10 & -20 \\ 10 & 15 & 60 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0{,}75 \\ 0 & 1 & 3{,}5 \end{array} \right)$$

$s = 3{,}5$, $r = 0{,}75$, damit gilt:

Die Routen kreuzen sich in $R(75 \mid 7{,}5)$. [s. Skizze]

d.) Positionen der Schiffe zu den Zeitpunkten $t = s = 5$:

Mary: $Pos_{M5} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix} \rightarrow Pos_{M5}(160 / 50)$; analog $Pos_{J5}(90 / -15)$

Abstand der Punkte: $\left| \overrightarrow{Pos_{M5} Pos_{J5}} \right| = \sqrt{(160-90)^2 + (50+15)^2} \approx 95{,}53$

Die Schiffe sind nach 5h ca. 95,53 Km voneinander entfernt.

Übungsaufgabe zur Lösung von 3×4 - Matrizen (LGS mit 3 Unbekannten)

S.217 3. a) Erg.matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 0 \\ \boxed{0 \quad 0 \quad 0 \quad 1} \end{pmatrix}$ → Widerspruch

zugeh. LGS $\rightsquigarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 - \frac{2}{3}x_3 = 0 \\ \boxed{0 = 1} \end{cases}$ → Widerspruch

$\mathbb{L} = \{ \}$

b.) Erg.matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & \frac{1}{2} \\ \boxed{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0} \end{pmatrix}$ → wahre Aussage

$\mathbb{L} = \{(5t+3;\ 2t+\frac{1}{2};\ t)\}$ unendlich viele Lös.

$\boxed{\text{* siehe nächste Seite}}$

c.) Erg.matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \boxed{0 \quad 0 \quad 0 \quad 1} \end{pmatrix}$ → Widerspruch

$\Rightarrow \mathbb{L} = \{ \}$

Der Vollständigkeit halber noch S.217 4 [HA auf 13.5. entschuldigt die Verwechslung ...]

a.) Erg.matrix:

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbb{L} = \{(1, -1; 3)\}$

b.) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1{,}5 & 2 \\ 0 & 1 & -0{,}75 & 1{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $x_1 = 2 - \frac{3}{2}t$, $x_2 = 1{,}5 + \frac{3}{4}t$

setze $x_3 = t$

∞ viele Lsg.

$\mathbb{L} = \{(2 - \frac{3}{2}t;\ \frac{3}{2} + \frac{3}{4}t;\ t)\}$

c.) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $x_1 = 2 + t$, $x_2 = 1 + 2t$

setze $x_3 = t$

∞ viele Lsg.

$\mathbb{L} = \{(2+t;\ 1+2t;\ t)\}$

$\boxed{\text{* S.K.}}$

* Interpretation einer Matrix, deren letzte Zeile die Gestalt $\boxed{0\ 0\ 0\ 0}$ hat:

zugehöriges LGS:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{cases} x_1 \qquad - 5x_3 = 3 \\ \quad x_2 - 2x_3 = \frac{1}{2} \\ \qquad\quad 0x_3 = 0 \end{cases}$$

mit $x_3 = t$ und $x_2 = \ldots$ ergibt sich $x_1 = 5t+3$

mit $x_3 = t$ ergibt sich $x_2 = 2t + \frac{1}{2}$.

$0x_3 = 0 \rightarrow x_3$ beliebig, z.B. $x_3 = t$

Zu $t \in \mathbb{R}$ beliebig ergeben sich unendlich viele Lösungen der Form $\{(5t+3, 2t+\frac{1}{2}, t)\}$.

Ähnliche, ausführlichere Erklärung im Buch auf Seite 216/217 „3. Fall" + Beispiel.

Beim Thema Ebenen wird dies anwendungsbezogen vertieft.