Vorbereitung der 3. Klausur am 30.5.2014

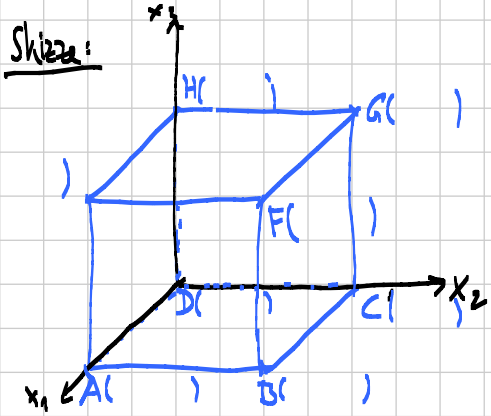
Notiztitel 08.05.2014

I. GERADENGLEICHUNGEN AUFSTELLEN

I.① Bestimme die Gleichung der Geraden durch $A(1\,|\,2\,|\,3)$ und $B(-2\,|\,-1\,|\,-3)$. o.GTR

I.② Der Würfel ABCDEFGH hat die Kantenlänge 2. Der Punkt D liegt im Ursprung.
Gib die Gleichungen von 3 Geraden (s.u.) durch die angeg. Eckpunkte des Würfels an. o.GTR

Skizze:



a) Gerade durch B und F:

b.) Gerade durch A und H:

c.) Gerade durch C und E:

bitte auf Vollständigkeit achten:
$\vec{x} = \ldots$; Parameter nicht vergessen!

I.③ Um einen Tunnel zu bauen, beginnen zwei Bautrupps von den Enden aus zu graben.
Trupp A gräbt von $A(-0{,}4\,|\,1{,}6\,|\,3{,}6)$ in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$,
Trupp B von $B(3\,|\,-1\,|\,2)$ zunächst zum Punkt $P(3{,}4\,|\,-0{,}7\,|\,2{,}1)$ m.GTR

a) Stelle die Gleichungen der Geraden auf, entlang derer die Trupps bohren.

b) Zeige, dass sich die beiden Trupps nicht treffen werden.

c.) Als Trupp B am Punkt $P(3{,}4\,|\,-0{,}7\,|\,2{,}1)$ angekommen ist, bemerken die Arbeiter ihren Irrtum. In welche Richtung muss Trupp B nun weitergraben, wenn sich die beiden Trupps im Punkt $T(3{,}6\,|\,0{,}6\,|\,2{,}6)$ treffen sollen?

II. PUNKTPROBE

II.① Fortsetzung von Aufgabe I.③ m.GTR

d.) Muss Trupp A ebenfalls eine Richtungsänderung vornehmen?

II. ② Berechne W, Y, Z so, dass der Punkt R auf der Geraden g liegt. o. GTR

a.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $R(-1 \mid -3{,}5 \mid W)$

b.) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ 2 \end{pmatrix}$; $R(4 \mid 5 \mid Z)$ o. GTR

III. ABSTAND, MITTELPUNKT

III. ① $A(1 \mid 2 \mid 3)$ und $B(-2 \mid -1 \mid -3)$ liegen auf der Geraden g.

a.) Bestimme die Koord. des Mittelpunkts M der Strecke $\overline{AB}$. o. GTR

b.) Gib die Koordinaten eines Punktes an, der nicht auf g liegt und von A den Abstand 2 hat. Tipp: Wähle x_1, x_2 geschickt, berechne x_3.

III. ② Untersuche, ob das Dreieck ABC gleichschenklig ist: o. GTR

a.) $A(1 \mid -2 \mid 2)$, $B(3 \mid 2 \mid 1)$, $C(3 \mid 0 \mid 3)$.

b.) $A(7 \mid 0 \mid -1)$, $B(5 \mid -3 \mid -1)$, $C(4 \mid 0 \mid 1)$

III. ③ d soll die Länge von $\overline{AB}$ sein. Berechne die fehlenden Koordinaten von A und B.

$d = \sqrt{17}$; $A(1 \mid a \mid 3)$, $B(2 \mid 4 \mid -1)$ o. GTR

IV. GEGENSEITIGE LAGE VON GERADEN

IV. ① Teilaufgabe b) von I. ③

IV. ② Untersuche die jeweilige gegenseitige Lage der Geraden m. GTR

g, h und k. Gib gegebenenfalls deren Schnittpunkt an.

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}$

IV. ④ g und h schneiden sich nicht. Gib Stütz- und Richtungsvektor so an, dass o.GTR
g und h windschief bzw. parallel sind.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ b \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

V. LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME

V. ① Gib die Lösungsmenge der folgenden LGS an. o.GTR

a) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -6 \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \text{I}: & x_1 + x_2 = 3 \\ \text{II}: & x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ \text{III}: & x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$

V. ② a) $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 22x_3 = 8 \end{cases}$ m. GTR b) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = -3 \\ 4x_1 - 8x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$

V. ③ a) $\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - x_3 = -15 \\ -5x_1 + x_2 + 9x_3 = 70 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$ o. GTR, zur Kontrolle mit GTR

VI. ANWENDUNGSAUFGABEN

m. GTR

VI. ① Die geradlinigen Flugbahnen zweier mit konstanter Geschwindigkeit fliegende Flugzeuge F_1 und F_2 können mithilfe eines Koordinatensystems angegeben werden. F_1 befindet sich zu Beobachtungsbeginn in P(3|5|2), Flugzeug F_2 in R(−1|3|3) (Angaben in km; die x_3-Koordinate gibt die Flughöhe über dem ebenen Gelände an). F_1 befindet sich nach einer Minute im Punkt Q(−1|9|3), F_2 bewegt sich in Richtung $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit einer Geschwindigkeit von 300 $\frac{km}{h}$.

a) In welchem Punkt befindet sich Flugzeug F_1 nach 3 Minuten?
Wann hat F_1 eine Höhe von 6 km?

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit von F_1 in $\frac{km}{h}$.
Wo befindet sich F_2 nach einer Minute?

b) Zeigen Sie, dass sich die Flugbahnen von F_1 und F_2 nicht kreuzen.

Wie weit sind F_1 und F_2 nach drei Minuten voneinander entfernt? Berechnen Sie den minimalen Abstand der beiden Flugzeuge.

VI. ② Siehe Buch S. 269 ② m. GTR

VII. ALLGEMEIN LGS, GERADEN, ABSTAND: siehe auch WADI Seiten 30, 31, 33

VIII. EBENEN

VIII. ① Eine der beiden Gleichungen beschreibt keine Ebene. Welche? Begründe.

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3{,}5 \\ 0 \\ -1{,}75 \end{pmatrix}$$

VIII. ② Bestimme eine Parametergleichung der Ebene E, die die Punkte

a.) $A(3|-2|1)$, $B(4|0|-1)$, $C(-2|1|4)$

b.) $A(0|0|0)$, $B(0|1|0)$, $C(0|0|1)$ enthält.

c.) Um welche Ebene handelt es sich bei b.)?

VIII. ③ a.) Liegt $P(5|12|4)$ auf der Ebene von Aufg. ①?

b.) Nenne einen weiteren Punkt Q, der auf dieser Ebene liegt.