S.258 1

c.) $A(1|2|-1)$, $B(6|-5|11)$, $C(3|2|0)$

Parameterform: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 12 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

1. Normalenvektor allgemein: $\vec{n} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

2. $\vec{n} \circ \vec{u} = 0 \Leftrightarrow$ I. $5x_1 - 7x_2 + 12x_3 = 0$

$n \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$ II. $2x_1 + x_3 = 0$

LGS 2×3

Wähle $x_1 = t \Rightarrow x_3 = -2t$

in I: $5t - 7x_2 - 24t = 0 \Rightarrow -7x_2 = 19t$, $x_2 = -\frac{19}{7}t$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} t \\ -\frac{19}{7}t \\ -2t \end{pmatrix}$$

3. Mit $t = 7$ ergibt sich $\vec{n} = \begin{pmatrix} 7 \\ -19 \\ -14 \end{pmatrix}$ und $\boxed{E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} 7 \\ -19 \\ -14 \end{pmatrix} = 0}$

Koordinatenform: $7x_1 + 2x_2 - x_3 - (7 - 38 + 14) = 0$

$$\boxed{E: \quad 7x_1 + 2x_2 - x_3 = -17}$$

d) $A(9|3|-3)$, $B(8|4|-9)$, $C(11|13|-7)$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Beachte Da jetzt die koord.-form mit den Bez. x_1, x_2, x_3 wieder vorkommt, ist es besser, $\vec{n}$ mit n_1, n_2, n_3 anzusetzen.

1. $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$

2.
$$\begin{cases} \text{I.} & -n_1 + n_2 - 6n_3 = 0 \\ \text{II.} & 2n_1 + 10n_2 - 4n_3 = 0 \end{cases}$$

$n_3 = t$ in I und II.

$$\begin{cases} \text{I.} & -n_1 + n_2 = 6t \\ \text{II.} & 2n_1 + 10n_2 = 4t \end{cases}$$

$2 \cdot \text{I} + \text{II}$: $12n_2 = 16t \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}t$ in II

$\Rightarrow 2n_1 = 4t - 10 \cdot \left(\frac{4}{3}t\right) = -\frac{28}{3}t \Rightarrow n_1 = -\frac{14}{3}t$

3. $\vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{14}{3}t \\ \frac{4}{3}t \\ t \end{pmatrix}$ mit $t := 3$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} -14 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, also $\boxed{E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} -14 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 0}$

Koordinatenform: $-14x_1 + 4x_2 + 3x_3 - (-126 + 12 - 9) = 0$

$$\boxed{E: -14x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -123}$$

S. 258 2. a) Die Normalenform kann direkt angegeben werden:

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$$

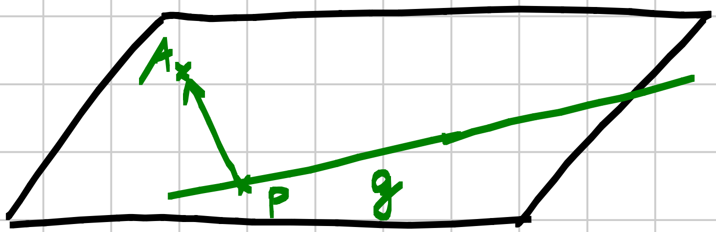
b) Parallel zur x_1x_3-Ebene, d.h. die x_2-Achse kommt als $\vec{n}$ in Frage.

Damit:

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 11 \\ 21 \\ 32 \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

c) Normalenvektor ist also $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, also $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

d)



Mit P in E ist z.B. $\overrightarrow{AP}$ * zweiter Spannvektor.

Der erste Spannvektor ist der Richtungsvektor von g.

Damit ist die Parameterform von E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ *

Umwandlung in Normalenform wie in Aufg. 1

$\boxed{1.}$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ $\boxed{2.}$ $\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2n_1 - 2n_2 - 2n_3 = 0 \\ 4n_1 - n_2 - 4n_3 = 0 \end{array} \right\}$

Wähle $n_1 = t$

$\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2t - 2n_2 - 2n_3 = 0 \\ 4t - n_2 - 4n_3 = 0 \end{array} \right\}$ $\left\{ \begin{array}{l} 2n_2 + 2n_3 = 2t \\ n_2 + 4n_3 = 4t \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \end{array}$

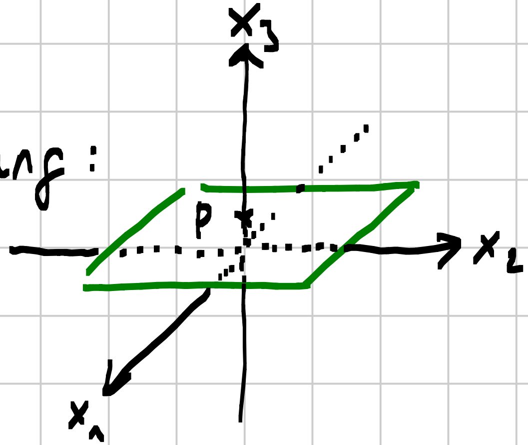
$\text{I} - 2 \cdot \text{II}$ $\quad -6n_3 = -6t \quad n_3 = t$

in II: $n_2 = 4t - 4t = 0$

$\boxed{3.}$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

e) Normalenvektor, wenn parallel zur x_1x_2-Ebene: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Abstand 4 vom Ursprung:



Ein möglicher Stützpunkt ist damit $P(0|0|4)$.

Normalengleichung: $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$