ÜBUNGSAUFGABEN ZUR VORBEREITUNG DER 1. KLAUSUR KL. 12E AM 8.10.2014 1.+2. STDE

IM THEATER-SAAL !!!

I. BESTIMMUNG GANZRATIONALER FUNKTIONEN

o. GTR

(1) a. Der Graph einer ganzrat. Fkt. 4. Grades ist achsensymmetrisch bez. der y-Achse. [1.]+[2.]
Er geht durch den Punkt A(2|-4,8) [3.] und hat den Wendepunkt W(-1|-1,5). [5.] Kriterium WP [4.] P-probe!
Bestimme den Funktionsterm.

[1+2] Wegen Achsensymmetrie bleibt $f(x) = ax^4 + cx^2 + e$

[3.] $f(2) = -4,8 \Rightarrow 16a + 4c + e = -4,8$ I

[4.] $f(-1) = -1,5 \Rightarrow a + c + e = -1,5$ II

[5.] $f''(-1) = 0 \Leftrightarrow 12a + 2c = 0 \rightarrow c = -6a$ in I, II

$$\begin{cases} 16a - 24a + e = -4,8 \\ a - 6a + e = -1,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8a + e = -4,8 & \text{Ia} \\ -5a + e = -1,5 & \text{IIa} \end{cases}$$

Ia - IIa: $-3a = -3,3 \Rightarrow \underline{\underline{a = 1,1}}$

in IIa: $-5(1,1) + e = -1,5$

$\Rightarrow -5,5 + e = -1,5 \Rightarrow \underline{\underline{e = 4}}$

in II: $1,1 + c + 4 = -1,5$

$5,1 + c = -1,5 \rightarrow \underline{\underline{c = -6,6}}$

$$\boxed{f(x) = 1,1x^4 - 6,6x^2 + 4}$$

m. GTR

b.) Bestimme eine ganzrationale Fkt. 3. Grades, deren Graph durch die Punkte $A(2|0,5)$ (1) und $B(0|-0,5)$ (2) geht und außerdem an der Stelle $x_1 = 1$ (3) einen Hochpunkt und an $x_2 = 3$ (4) einen Tiefpunkt hat.

Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

<u>Eigenschaften</u>:

(1) $f(2) = \frac{1}{2}$ $\qquad 8a + 4b + 2c + d = \frac{1}{2}$ $\qquad 8a + 4b + 2c = 1$

(2) $f(0) = -\frac{1}{2}$ $\qquad d = -\frac{1}{2}$

(3) $f'(1) = 0$ $\qquad 3a + 2b + c = 0$

(4) $f'(3) = 0$ $\qquad 27a + 6b + c = 0$

Matrix für zugehöriges LGS: $A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 27 & 6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{\text{rref}}{\Longrightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 4,5 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ gesuchter Funktionsterm $\quad f(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 4,5x - 0,5$

Siehe auch Buch S. 220 Aufgaben 7 und 8 „Zeit zu überprüfen“ sowie S. 235 Aufgaben 1 bis 3 „Prüfungsvorbereitung mit Hilfsmitteln“.

II. GEBROCHENRATIONALE FUNKTIONEN

1. Untersuche f auf Definitionslücken und gib gegebenenfalls die Gleichung der senkrechten Asymptoten an.

m. GTR

a.) $f(x) = 3 + \frac{2}{x^2}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, d.h. Def.lücke bei $x = 0$ senkr. Asymptote: $\underline{x = 0}$

b.) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$, d.h. Def.lücke bei $x = 4$, aber hier kein Pol, da $(4)^2 - 16 = 0$ (Zähler $= 0$!) senkr. Asymptote: $\underline{\text{keine}}$

c.) $f(x) = \frac{2}{(x-2)(x+2)}$ $\left.\begin{array}{l}\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\} \\ \text{Def.lücke bei } x = \pm 2\end{array}\right\}$ senkr. Asymptoten: $\underline{x = -2}$; $\underline{x = 2}$

d.) $f(x) = \frac{x - 2}{(x - 3)}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ Deflücke bei $x = 3$ senkr. Asymptote: $\underline{x = 3}$

o. GTR

(2.) Bestimme das Verhalten der gebrochenrationalen Funktionen f für $x \to \pm\infty$ und gib gegebenfalls die waagerechte Asymptote an.

a.) $f(x) = \dfrac{e^x}{x^3+2}$ b.) $f(x) = \dfrac{-x^3}{e^x+1}$ c.) $f(x) = 90x^3 - 3e^x$

a.) für $x \to +\infty$ gilt: $e^x \to +\infty$, dominiert x^n, also geht $f(x) \to +\infty$

für $x \to -\infty$ gilt: $e^x \to 0$, dominiert x^n, also geht $f(x) \to 0$,

$\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0}$, die x-Achse ist (für $x < 0$) waagerechte Asymptote

b.) für $x \to +\infty$ gilt: $e^x \to \infty$, steht im Nenner, also geht $f(x) \to 0$

für $x \to -\infty$ gilt: $e^x \to 0$, steht im Nenner, also geht $f(x) \to -\infty$ (wegen $Z < 0$!)

$\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0}$ die x-Achse ist (für $x > 0$) waagerechte Asymptote

c.) für $x \to +\infty$ gilt: $90x^3 \to +\infty$; $-3e^x \to -\infty$, e^x dominiert, also geht $f(x) \to -\infty$

für $x \to -\infty$ gilt: $90x^3 \to -\infty$, $-3e^x \to 0$, damit geht $f(x) \to -\infty$

$\boxed{\Rightarrow \text{keine waagerechte Asymptote.}}$

o. GTR

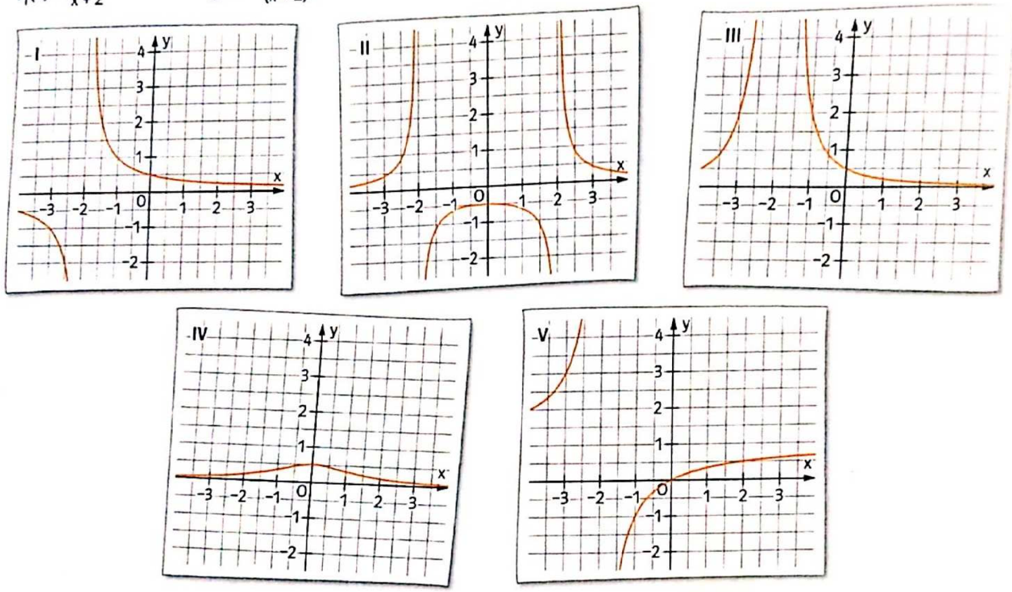
s. auch S. 139 (8)

„Zeit zu überprüfen"

(3.)

3 a) Welcher Graph gehört zu welcher Funktion? Begründen Sie.

$f_1(x) = \frac{x}{x+2}$ $\quad f_2(x) = \frac{2}{(x+2)^2}$ $\quad f_3(x) = \frac{1}{x^2+2}$ $\quad f_4(x) = \frac{2}{(x-2)(x+2)}$



b) Ein Graph passt nicht zu den angegebenen Funktionsgleichungen.
Wie lautet die zugehörige Funktionsgleichung für f_5? $\quad f_5(x) =$ ____________

$f_1(x)$ hat waagerechte As. bei $y=1$, senkrechte As. bei $x=-2$, damit V.
[geht außerdem durch $(0|0)$]

$f_2(x)$ hat waagerechte As. bei $y=0$ da Zählergrad < N.grad; senkrechte As. bei $x=-2$, hat bei der Definitionslücke keinen VZW, also III.

$f_3(x)$ hat waagerechte As. bei $y=0$, keine Definitionslücke, damit keine senkrechte As., also IV.

$f_4(x)$ hat waagerechte As. bei $y=0$, senkrechte Asymptoten bei $x=-2$ und $x=2$, damit das einzige Schaubild mit 2 senkr. Asymptoten. Außerdem Achsensymm. zu y-Achse: $f(x)=f(-x)$.

III. EBENENDARSTELLUNGEN

① Die beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und der Punkt $P(2|3|3)$ spannen zusammen eine Ebene auf. Bestimme eine Normalengleichung von E.

Parameterform: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$; Normalenvektor allg.: $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$

Es muss gelten $\vec{n} \circ \vec{a} = 0$ und $\vec{n} \circ \vec{b} = 0$, d.h. $\left\{ \begin{aligned} 3n_1 - n_2 - 5n_3 &= 0 \\ -2n_1 \qquad + 3n_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$

$2n_1 = 3n_3$, $n_1 = \frac{3}{2} n_3$ in (1) $3 \cdot \frac{3}{2} n_3 - n_2 - 5n_3 = 0$,

$-0{,}5n_3 - n_2 = 0$, $n_2 = -0{,}5n_3$. Setze $n_3 = t$, damit

$\vec{n} = t \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ bzw. Vielfaches davon: $\vec{m} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Normalenform: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

② Gegeben ist E in Normalenform: $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$

Berechne die Koordinatengleichung von E und anschließend die Parametergleichung.

ausmultiplizieren ergibt die Koordinatengleichung:

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 - (2 + 1 + 12) = 0$$

$$\boxed{E: 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 15}$$

Zur Bestimmung der Parameterform wähle z.B. die Spurpunkte

$S_1(7{,}5|0|0)$; $S_2(0|15|0)$; $S_3(0|0|\frac{15}{4})$

$$E: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OS_1} + r \cdot \overrightarrow{S_1S_2} + s \cdot \overrightarrow{S_1S_3}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 7{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -\frac{15}{2} \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -\frac{15}{2} \\ 0 \\ \frac{15}{4} \end{pmatrix}$$

Parametergleichung

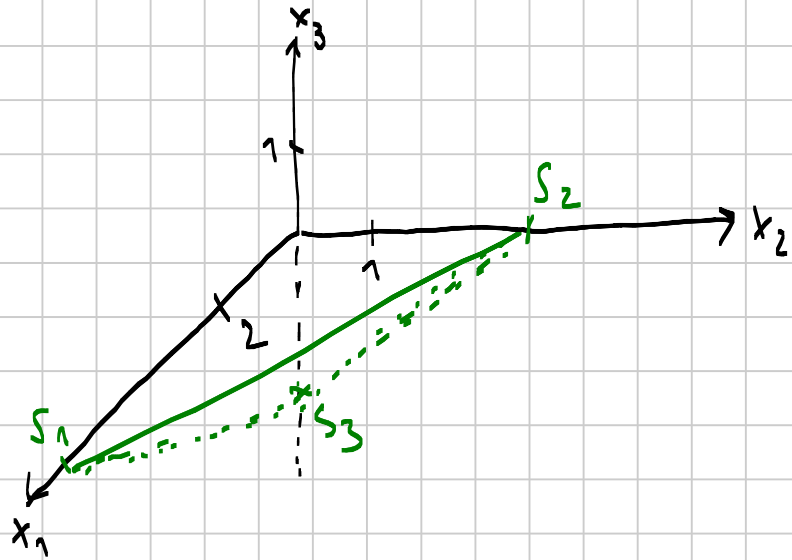
bzw. Vielfache der Spannvektoren: $\boxed{\vec{x} = \begin{pmatrix} 7{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}$

↳ hier das $\frac{2}{15}$-fache ...

③ Bestimme die Spurpunkte der Ebene E und zeichne damit einen Ausschnitt von E.

a) $E: \quad x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$

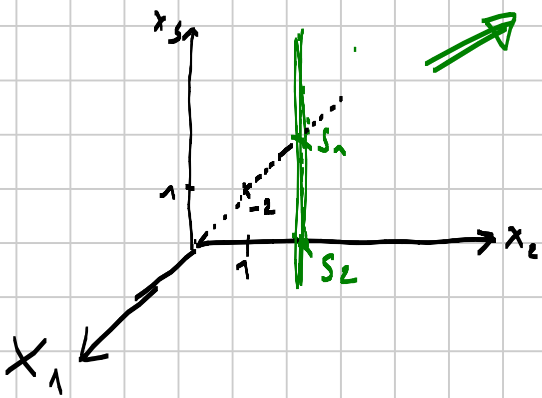
$S_1(6|0|0)$, $S_2(0|3|0)$, $S_3(0|0|-2)$



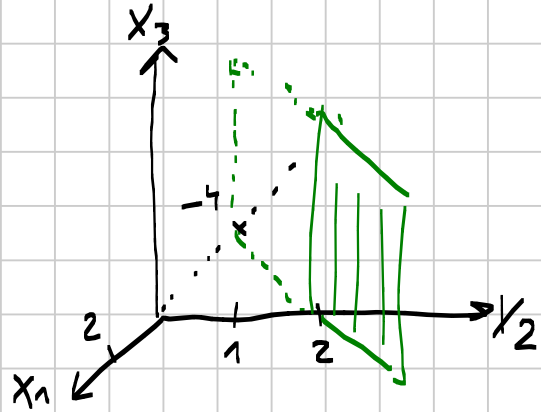
b) $E: \quad -x_1 + 2x_2 = 4$

$S_1(-4|0|0)$, $S_2(0|2|0)$

S_3 ex. nicht, E ist parallel zu x_3-Achse.



⇒ zur besseren Veranschaulichung wurde andere Skalierung gewählt: ⇒



IV. Gegenseitige Lage Ebene - Ebene ; Ebene - Gerade

① Untersuche die gegenseitige Lage von E und g.

a.) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

1. beide Objekte gleichsetzen: $\left\{\begin{array}{l} 1 + r + 3s = 5 - t \\ -1 + r = 1 + 4t \\ -1 + 2r + s = 2 + 3t \end{array}\right\}$ $\left\{\begin{array}{l} r + 3s + t = 4 \\ r - 4t = 2 \\ 2r + s - 3t = 3 \end{array}\right\} \overset{GTR}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

$\overset{rref}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1{,}5 \\ 0 & 0 & 1 & -0{,}5 \end{pmatrix}$

d.h.: $r = 0$; $s = 1{,}5$; $t = -0{,}5$.

Mit $t = -0{,}5$ in $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 0{,}5 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{S(5{,}5|-1|0{,}5)}}$

b.) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \cancel{t}\, r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

Da zweimal t vergeben wurde, muss der Param. t in einer der Gleichungen umbenannt werden.

$\left\{\begin{array}{l} 1 - s = 4 - r \\ 2s + 3t = 4 + 5r \\ 2 - s - 2t = 4 - 3r \end{array}\right\} \overset{GTR}{\Longrightarrow} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & -5 & 4 \\ -1 & -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

rref (A) ergibt: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ d.h. $\left\{\begin{array}{l} s - r = 0 \\ t - r = 0 \\ \boxed{0 = 1} \end{array}\right\}$ → Widerspruch, d.h. g und E sind parallel zueinander.

② Untersuche, ob sich E und F schneiden. Gib gegebenenfalls die Schnittgerade an.

a) $E: 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$, $F: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Vorgehensweise: $\boxed{1.}$ Setze F in E ein: $3 \cdot (1-s+t) + 2 \cdot (1-s+2t) - (s+t) = 3$

$\boxed{2.}$ Multipliziere aus: $3 \underline{-3s} + 3t + 2 \underline{-2s} + 4t \underline{-s} - t = 3$

$\boxed{3.}$ Vereinfache: $-6s + 6t + 5 = 3$

$\boxed{4.}$ Schreibe s in Abhkeit von t: $6s = 6t + 2 \Leftrightarrow s = t + \frac{1}{3}$

$\boxed{5.}$ Setze Term für s in F: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(t + \frac{1}{3}\right) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{6.}$ Fasse zusammen: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{3} \\ 1 - \frac{1}{3} \\ 0 + \frac{1}{3} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1+1 \\ -1+2 \\ 1+1 \end{pmatrix}$

$\boxed{7.}$ Stelle als Gerade dar: $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\boxed{8.}$ Erh. anderen Stützpkt für $t = \frac{1}{3}$: $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

↓ wegen Brüchen

b) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $F: 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2$

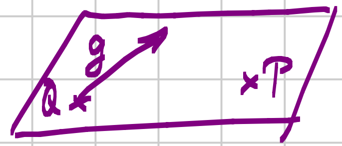
$\boxed{1.}$ $2 \cdot (-1 + 4r + t) - 2 \cdot (1 + r + t) + 3(3 - 2r) = -2$

$\boxed{2.}$ $-2 + 8r + 2t - 2 - 2r - 2t + 9 - 6r = -2$

$\boxed{3.}$ $-4 + 9 = -2$ $\Rightarrow$ Widerspruch! Die Ebenen sind parallel zueinander.

Dies sieht man auch daran, dass $\underbrace{\vec{n} \cdot \vec{u}}_{8-2-6=0} = 0$ und $\underbrace{\vec{n} \cdot \vec{v}}_{2-2=0} = 0$

③ a) Bestimme die Parametergleichung einer Ebene E, in der die Gerade $\vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}}_{\vec{OQ}} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ verläuft und in der $P(2|2|-3)$ liegt. Skizze:



$\boxed{1.}$ Verbindungsvektor $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ 2-2 \\ -3-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\boxed{2.}$ Mit $\vec{PQ}$ als zweiten Spannvektor ergibt sich $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

o. GTR

6.) Bestimme die Normalen- und Koordinatengleichung dieser Ebene.

Sei $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ Normalenvektor von E. Dann gilt: $\vec{n} \circ \vec{u} = 0$ und $\vec{n} \circ \vec{v} = 0$ [Skalarprod., da $\vec{n} \perp \vec{u}$]

$4n_1 + 3n_2 + 5n_3 = 0 \qquad 3n_2 = -5n_3 \Rightarrow n_2 = -\frac{5}{3} n_3$

$3n_1 = 0 \Rightarrow n_1 = 0 \nearrow$

Damit $\vec{n} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{5}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ oder $\vec{n} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ [Vielfaches davon]

Normalenform: $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$

Koordinatenform: $-5x_2 + 3x_3 - (-10 - 9) = 0$

$$\boxed{E: -5x_2 + 3x_3 + 19 = 0}$$

4. Bestimme jeweils eine Koordinatengleichung der gesuchten Ebene:

a) $A(3|2|2)$, $B(0|0|1)$, $C(4|-1|-5)$ liegen in E.

Parametergleichung: $\vec{u} = \vec{AB}$ $\vec{v} = \vec{AC}$ als Spannvektoren, $\vec{OA}$ als Ortsv

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Normalengleichung: $\vec{n}$ allgemein: $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$; Es gilt $\underbrace{\vec{n} \circ \vec{v} = 0}_{(1)}$, $\underbrace{\vec{n} \circ \vec{u} = 0}_{(2)}$

damit $\left\{ \begin{array}{ll} (1) & -3n_1 - 2n_2 - n_3 = 0 \\ (2) & n_1 - 3n_2 - 7n_3 = 0 \end{array} \right\}$ Aus (1) + 3 · (2) folgt

$-11n_2 - 22n_3 = 0$, $\quad n_3 = -\frac{11}{22} n_2 = -\frac{1}{2} n_2$

in (1) $\quad -3n_1 - 2n_2 + \frac{1}{2} n_2 = 0$

$-3n_1 - \frac{3}{2} n_2 = 0 \quad n_1 = -\frac{1}{2} n_2$

Wähle z.B. $n_2 = 2$, damit $\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$ ausmultiplizieren ergibt

Koordinatengleichung: $E: -x_1 + 2x_2 - x_3 - (-3 + 4 - 2) = 0$

$$\boxed{-x_1 + 2x_2 - x_3 = -1}$$

o. GTR

b) $S(2|0|2)$ ist Spurpunkt und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ ist Normalenvektor

<u>Normalenform:</u> $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} = 0$ ausmultiplizieren ergibt die

<u>Koordinatenform:</u> $2x_1 - x_2 + 6x_3 - (4 + 12) = 0$

$$\boxed{E: 2x_1 - x_2 + 6x_3 = 16}$$

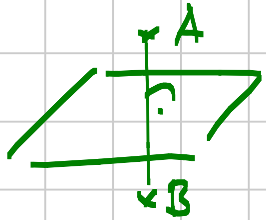
c) In der Ebene G, die parallel zur x_1x_2-Ebene ist, liegt $P(2|3|-1)$.

<u>Normalenform:</u> Der Normalenvektor ist die x_3-Achse, welche senkrecht zur x_1x_2-Ebene und damit zu G ist. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$, ausmultiplizieren ergibt die

<u>Koordinatenform:</u> $x_3 - (-1) = 0$ $\quad G: x_3 = 1$

d) Die Ebene H verläuft so, dass $A(2|3|4)$ und $B(6|-1|10)$ spiegelbildlich bezüglich H liegen. Skizze :



$\overrightarrow{AB}$ kann also als $\vec{n}$ gewählt w.

Die Mitte von $\overrightarrow{AB}$ sei Stützvektor.

Mitte von $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\underbrace{\begin{pmatrix}6-2\\-1-3\\10-4\end{pmatrix}}_{\overrightarrow{AB}} = \begin{pmatrix}4\\1\\7\end{pmatrix}$

<u>Normalenform:</u> $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\7\end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix}4\\-4\\6\end{pmatrix} = 0$, ausmultiplizieren ergibt die

<u>Koordinatenform:</u> $4x_1 - 4x_2 + 6x_3 - (16 - 4 + 42) = 0$

$H: 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 54$

bzw. $H: \boxed{2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 27}$