HA auf 19.11.2014: Arbeitsblatt, ausgewählte Aufgaben ... hier nur Tipps heute!

(1.) a.) geg.: $f(x) = \frac{3+x^2}{x^2}$ $\qquad f(-x) = \frac{3+(-x)^2}{(-x^2)} \boxed{} f(x) \boxed{} -f(x) = -\frac{3+x^2}{x^2}$

Setze = oder ≠

das heißt: ______________________________

g.) geg.: $f(x) = 2\cdot\sin(x)-1$ $\qquad f(-x) = 2\sin(-x)-1 \boxed{} f(x) \boxed{} -f(x) = -2\sin x+1$

Da die Funktion $\sin(x)$ __________ symmetrisch zu __________

ist, gilt $\sin(x) = \sin(x)$ [ergänze um Minuszeichen!]

Also gilt: $2\sin(x) = 2\sin(x)$ [" — " !]

Allerdings: $2\sin(x)-1 \neq 2\sin(x)+1$, darum keine Symmetrie!

② geg.: $f(x) = \dfrac{x}{4 - x^2}$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\_\_ ; \_\_\}$

f hat für __________ und __________ senkrechte Asymptoten.

Untersuchung für $x \to -\infty$ und $x \to \infty$

$f(x) = \dfrac{\overbrace{\frac{1}{x}}^{\to 0}}{\underbrace{\frac{4}{x^2}}_{\to 0} - 1}$ $\qquad \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

$f(x) =$ _____ ist waagerechte Asymptote.

<u>Für die Erstellung einer Skizze sind folgende weitere Überlegungen hilfreich:</u>

für $x \to -2$ und $x \underset{\text{v.li.}}{<} -2$ gilt $f(x) = \dfrac{<0}{<0} \to +\infty$

für $x \to -2$ und $x \underset{\text{v.re.}}{>} -2$ gilt $f(x) = \dfrac{<0}{>0} \to -\infty$

VZW von + nach −

für $x \to 2$ und $x < 2$ gilt $f(x) = \dfrac{>0}{>0} \to +\infty$

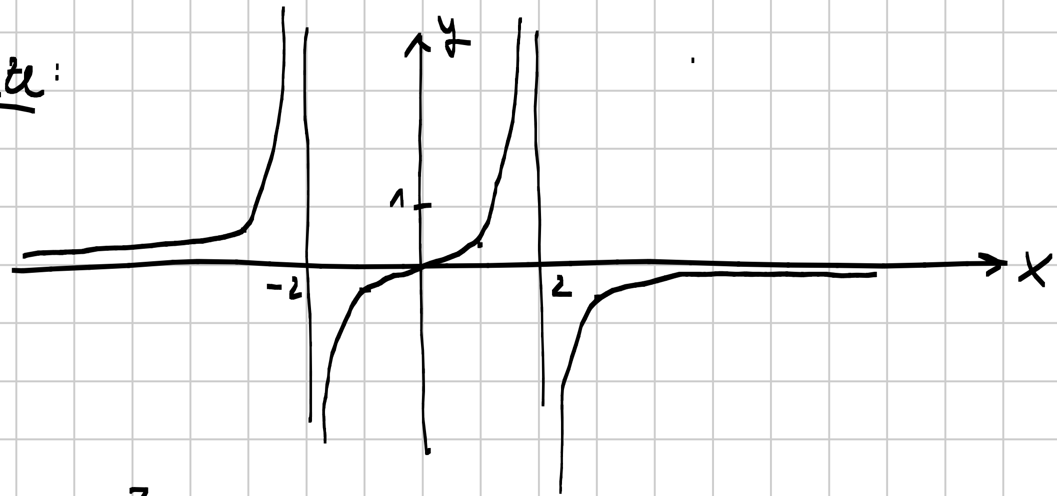
für $x \to 2$ und $x > 2$ gilt $f(x) = \dfrac{>0}{<0} \to -\infty$

VZW von + nach −

Für $x \to -\infty$ strebt $f(x) \to 0$, verläuft wegen $\frac{-\infty}{4-\infty}$ oberhalb der x-Achse

Für $x \to +\infty$ strebt $f(x) \to 0$, verläuft wegen $\frac{+\infty}{4-\infty}$ unterhalb der x-Achse

<u>Skizze</u>:



④ a) $f(x) = x^3 - 3x$; <u>Nullstellen</u>: klammere x aus: $f(x) = x(\qquad)$;

Also: $x_1 =$ ____ $x_{2,3} =$ ____; $N_1(\ |0)$; $N_2(\ |0)$ $N_3(\ |0)$

Extremstelle: $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f''(x) = 6x$

<u>Notw. Bed.</u>: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x_1 =$ ____; $x_2 =$ ____

<u>Hinr. Bed.</u>: $f''(x_1) =$ ____ $\boxed{}\ 0 \Rightarrow$ ____; $f''(x_2) =$ ____ $\boxed{}\ 0 \Rightarrow$ ____

Gefragt war nur nach den <u>Extremstellen</u>, also muss der zugeh. y-Wert nicht berechnet werden. An $x_1 =$ ____ befindet sich ein ____, an $x_2 =$ ____ ein ____.

HP/TP?

b) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x}$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Nst.: $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = \_\_\_\_\_ ; x_2 = \_\_\_\_\_$ $\quad N_1(\quad | 0); N_2(\quad | 0)$

Extrema: Forme f um: $f(x) = \dfrac{x^2}{x} - \dfrac{4}{x} = x - 4x^{-1}$ [wobei $x \neq 0$ s. D!]

$f'(x) = 1 + 2x^{-2} = 1 + \dfrac{2}{x^2}$; [$f''(x) = -4x^{-3}$]

Notw. Bed.:

$$1 + \frac{2}{x^2} = 0 \quad | \cdot x^2$$

$$x^2 + \frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = 0 \cdot x^2$$

$$x^2 + 2 = 0$$

$$x^2 = -2$$ Setze selbst fort!

c.) $f(x) = \overset{u}{2x^2} \cdot \overset{v}{e^x}$

Nullstellen: $2x^2 \cdot \underbrace{e^x}_{>0\,!} = 0 \rightarrow x = 0 \qquad N(0|0)$

Extrema: $f'(x) = \underset{u'}{4x}\,\underset{v}{e^x} + \underset{u}{2x^2}\,\underset{v'}{e^x}$; $\qquad 2x\underbrace{e^x}_{>0}(2+x) = 0$

$f''(x) = 4e^x + 4xe^x + 4xe^x + 2x^2e^x \qquad x_1 = \_\_\_\_$

$= 4e^x + 8xe^x + 2x^2e^x \qquad x_2 = \_\_\_\_$

$f''(x_1) \boxed{}\ 0 \rightarrow$ An $x_1 = \_\_\_\_$ befindet sich ein $\_\_\_\_\_\_\_\_$.

$f''(x_2) \boxed{}\ 0 \rightarrow$ An $x_2 = \_\_\_\_$ befindet sich ein $\_\_\_\_\_\_\_\_$.

d.) $f(x) = \underbrace{(x^2-4)}\cdot\underbrace{e^x}_{>0}$; $\qquad f'(x) = 2xe^x + (x^2-4)e^x = \underset{>0}{e^x}\underbrace{(x^2+2x-4)}$

Nullstellen: $\qquad$ **Extrema:** $\qquad$ abc - Formel...

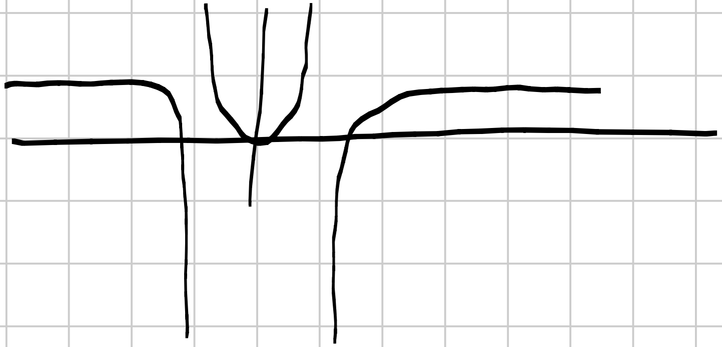
5. a.) wahr

b.) wahr

c.) wahr

d.) falsch, z.B. $f(x) = x^3 + 1$ hat nur eine Nullstelle

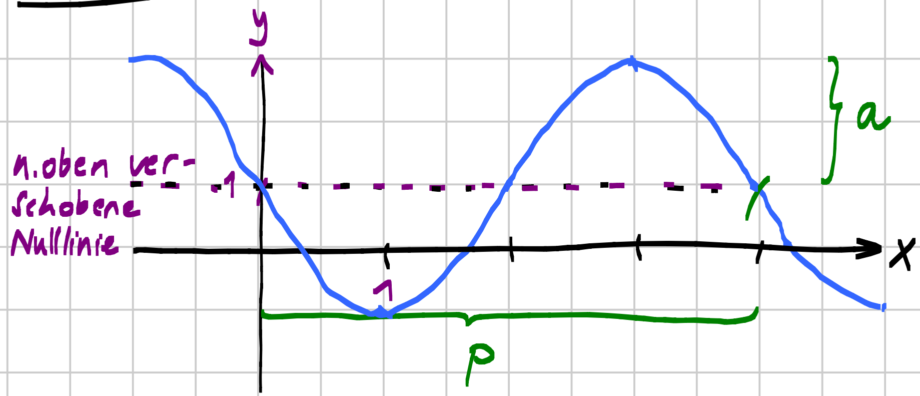
e.) falsch; z.B.



mit senkr. As.

6. a) $f(x) = \overset{\boxed{2.}}{-}\overset{\boxed{1.}}{2}\sin\left(\overset{\boxed{3.}}{\frac{\pi}{2}}x\right) \overset{\boxed{4.}}{+1}$

Skizze:



$\boxed{1.}$ Amplitude: $a = 2$

$\boxed{2.}$ Spiegelung an der x-Achse

$\boxed{3.}$ $p = \frac{2\pi}{b} = 2\pi : b = 2\pi : \frac{\pi}{2} = 2\cancel{\pi} \cdot \frac{2}{\cancel{\pi}} = 4$

$\boxed{4.}$ Vertikale Verschiebung nach oben um 1LE.

b) $f(x) = \overset{\boxed{1.}}{1{,}5}\sin\left(\overset{\boxed{2.}}{x - \frac{\pi}{2}}\right) \overset{\boxed{3.}}{-2}$

$\boxed{1.}$ Amplitude: $a = 1{,}5$

$\boxed{2.}$ Horizontale Verschiebung um $\frac{\pi}{2}$ n. rechts

$\boxed{3.}$ Vertikale Verschiebung um 2 n. unten

Vergleiche deine Skizze selbst mit GTR

c.) $f(x) = \overset{\boxed{1.}}{-}\sin\left(\overset{\boxed{2.}}{2}x\right) \overset{\boxed{3.}}{-3}$

$\boxed{1.}$ Spiegelung an x-Achse

$\boxed{2.}$ Periode $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$\boxed{3.}$ Vertikale Verschiebung um 3 n. unten

Vergleiche deine Skizze selbst mit GTR