

WÄHLTEIL: Wachstumsprozesse, Differenzialgleichungen

I. Ein Wachstumsprozess wird durch  $f(x) = 5 - 2e^{-0,01 \cdot x}$ ,  $x$  in Min, beschrieben.

a.) Gib den Anfangswert an und den Zustand nach 3 h an.

b.) Berechne den Zeitpunkt, an dem 90% der Sättigungsgrenze (=Sätkante) noch ist.

c.) Bestimme eine DGL, zu der  $f(x)$  eine Lösung ist.

d.) Berechne den Zeitpunkt, an dem die Wachstumsgeschwindigkeit, 0,01 beträgt.

e.) In welchem Zeitintervall von Min beträgt der Zuwachs etwa 2%?

a.)  $f(0) = 3 - 2 \cdot e^0 = 1$ ;  $f'(180) = 2,67$ . Zu Beginn beträgt der Bestand 1, ... 2,67...

b.) Grenzt:  $x$ , no dann gilt:  $f(x) = 0,9 \cdot 3 = 2,7$  GTR:  $\ln$ -Funktion:  $x = 189,7$

In das 150. Minut beträgt der Bestand... c.)  $f'(x) = 0,01 \cdot (3 - f(x))$ ;  $f(0) = 1$

d.) Grenzt:  $x$ , no dann gilt:  $f'(x) = 0,01$  GTR:  $\ln$ :  $1/4 \cdot 10,01 \ln$ -Funktion:  $x = 69,3$

In das 30. Min... e.) Grenzt:  $x$ , no dann gilt:  $f(x) = 0,02 \cdot f(x)$

$$3 - 2e^{-0,01(x+n)} - (3 - 2e^{-0,01x}) = 0,02 \cdot f(x)$$

$$-2e^{-0,01(x+n)} + 2e^{-0,01x} = 0,02 \cdot (3 - 2e^{-0,01x})$$

$$-2e^{-0,01(x+n)} + 2e^{-0,01x} = 0,06 - 0,04e^{-0,01x} \quad | + 6,04e^{-0,01x}$$

$$-2e^{-0,01(x+n)} + 2,04e^{-0,01x} = 0,06$$

$$e^{-0,01x} (-2e^{-0,01n} + 2,04) = 0,06 \quad | : (-2e^{-0,01n} + 2,04)$$

$$e^{-0,01n} \approx 1,00166 \quad | \ln(\quad)$$

$$x \approx 0,166 \text{ . Innerhalb des 1. Minut ist } x$$

trägt der Zuwachs etwa 2%. [0,166 bis 1,166]

II. S. Buch S.209 ③ ⑤

Tip zu ⑤  $g(t)$  beschreibt die Temperaturänderung pro Zeiteinheit

Also beschreibt  $G(t)$  die Temperatur je Zeitpunkt. Dabei ist  $G(t)$  eine

beschränkt Funktion mit Schranke  $f = \dots$ ?

In c.) ist die Reihe von einer DGL bei beschränkten Werten

Die Lösungen befinden sich im Buch auf S.455,456