Abstand windschiefer Geraden siehe Formelsammlung: $\boxed{d = \left|\left(\vec{q} - \vec{p}\right) \circ \vec{n_0}\right|}$ ← Betragsstriche nicht vergessen!

Anwendung:

Bsp.: S.290 1. a) $g: \vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix}7\\7\\4\end{pmatrix}}_{\vec{OP}} + s\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\6\end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix}-3\\0\\5\end{pmatrix}}_{\vec{OQ}} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-3\end{pmatrix}$

1. $\vec{n}$ mit Kreuzprodukt

$\vec{n} = \begin{pmatrix}6\\9\\2\end{pmatrix}$ $\quad |\vec{n}| = \sqrt{36+81+4} = \sqrt{121} = 11$

2. $\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \vec{n_0} \longrightarrow \vec{n_0} = \frac{1}{11}\begin{pmatrix}6\\9\\2\end{pmatrix}$

3. $d = \left[\begin{pmatrix}7\\7\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-3\\0\\5\end{pmatrix}\right] \circ \vec{n_0} = \left[\begin{pmatrix}10\\7\\-1\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}6\\9\\2\end{pmatrix}\right]\cdot\frac{1}{11} = \frac{60}{11} + \frac{63}{11} - \frac{2}{11} = \frac{121}{11} = 11$

HA: S. 290 1. b)
S. 285 7.
S. 290 3. ab

b) $g: \vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}}_{\vec{q}} + t\cdot\begin{pmatrix}-3\\0\\2\end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix}6\\6\\18\end{pmatrix}}_{\vec{p}} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix}$

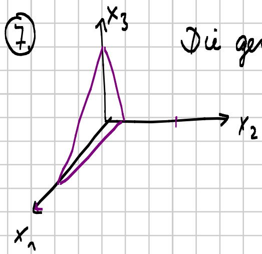
1. $\vec{n} = \begin{pmatrix}8\\9\\12\end{pmatrix}$

2. $|\vec{n}| = \sqrt{64+81+144} = \sqrt{289} = 17$; $\quad \vec{n_0} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \longrightarrow \vec{n_0} = \frac{1}{17}\cdot\begin{pmatrix}8\\9\\12\end{pmatrix}$

3. $d = \left|\left[\underbrace{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}}_{\vec{q}} - \underbrace{\begin{pmatrix}6\\6\\18\end{pmatrix}}_{\vec{p}}\right] \underbrace{\frac{1}{17}\cdot\begin{pmatrix}8\\9\\12\end{pmatrix}}_{\vec{n_0}}\right| = \frac{1}{17}\cdot\begin{pmatrix}-5\\-5\\-17\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8\\9\\12\end{pmatrix} = \left|\frac{1}{17}\cdot(-40-45-204)\right| = \frac{289}{17}$

$d = 17$

S. 285 7.



Die gesuchten Punkte liegen auf den zu $E: 10x_1 + 2x_2 - 11x_3 = 30$ parallelen Ebenen mit Abstand 5.

D. h. gleiches $\vec{n} = \begin{pmatrix}10\\2\\-11\end{pmatrix}$

$F: 10x_1 + 2x_2 - 11x_3 - k = 0$

Sei $R(r_1|r_2|r_3)$ Punkt in F, also gilt: $10r_1 + 2r_2 - 11r_3 = k$

$d(E,R) = \left|\frac{k-30}{\sqrt{225}}\right| = 5 \Rightarrow \left|\frac{k-30}{15}\right| = 5 \Rightarrow k_1 = 105;\ k_2 = -45$

Also $\boxed{\begin{aligned} F_1&: 10x_1 + 2x_2 - 11x_3 = 105 \\ F_2&: 10x_1 + 2x_2 - 11x_3 = -45\end{aligned}}$

Die Spurpunkte von F_1, F_2 sind die gesuchten Achsenschnittpunkte:

$S_{1x_1}(10{,}5|0|0)$; $S_{1x_2}(0|52{,}5|0)$; $S_{1x_3}\left(0|0|-\frac{105}{11}\right)$

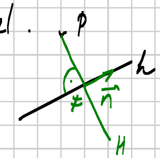
$S_{2x_1}(-4{,}5|0|0)$; $S_{2x_2}(0|-22{,}5|0)$; $S_{2x_3}\left(0|0|\frac{45}{11}\right)$.

S. 290 3. a) geg. $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\5\\5\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = t\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\-3\end{pmatrix}$

gegenseitige Lage: Ri.-v. sind linear abhängig, die Geraden sind parallel.

Abstandsberechnung über Punkt-Gerade, z.B. Abstand $P(2|5|5)$ von h

↳ s. GFS Marius



1. Hilfsebene H: $\left[\left(\vec{x} - \begin{pmatrix}2\\5\\5\end{pmatrix}\right)\right] \circ \begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix} = 0$ $\quad H: x_1 + x_2 + 3x_3 = 22$

2. Fußpunkt ist Schnittpunkt H mit h

$H: x_1 + x_2 + 3x_3 = 22$; h eingesetzt: $-t - t - 9t = 22 \Rightarrow -11t = 22 \rightarrow t = -2$

damit Koordinaten von F: $F(2|2|6)$

3. $\vec{FP} = \begin{pmatrix}2-2\\5-2\\5-6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\3\\-1\end{pmatrix}$ $\quad$ 4. $|\vec{FP}| = d = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

b) geg.: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}0\\3\\-2\end{pmatrix}$, $h: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}4\\3\\-2\end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren sind linear unabhängig, da die Stützpunkte der Geraden identisch sind, schneiden sich die Geraden in $S(0|1|2)$, damit haben sie den Abstand $d = 0$